

Solution : La marche du siècle

Solution intuitive

On remarque que pour 2 marches, il faut 4 cubes ($1+3$), pour 3 marches 9 cubes ($1 + 3 + 5$) ; pour 4 marches 16 cubes ($1 + 3 + 5 + 7$) etc.
 $4 = 2^2$; $9 = 3^2$; $16 = 4^2$ donc pour 2000 marches, il faudra 2000^2 cubes soit 4 000 000 .

Solution mathématique

En comptant par rangée , le nombre N demandé est $N_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ s'il y a n marches.

Le raisonnement par récurrence n'est évidemment pas du niveau des élèves de collège.

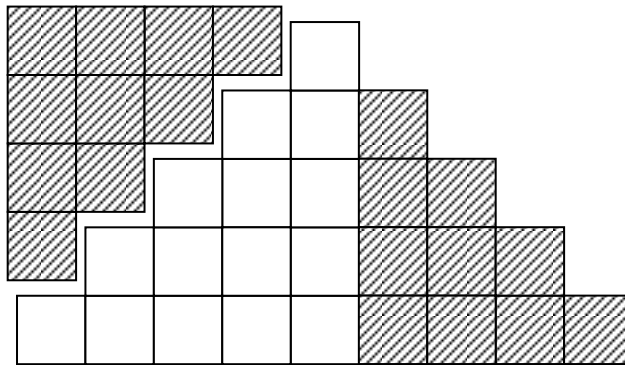
On peut expliquer la méthode de Gauss qui figure dans des revues scientifiques et compréhensible par des élèves de collège :

$$N = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1999 + 2000 + 1999 + 1998 + \dots + 3 + 2 + 1$$

Ce qui donne en groupant « convenablement » les 1999 premiers termes avec les 1999 derniers

$$N = 1999 \times 2000 + 2000 = 2000 \times 2000$$

Solution graphique



On arrive à ce résultat par la décomposition ci-dessous (composée d'une symétrie orthogonale et d'une translation).